

# Fördern und Fordern von (Hoch-)Begabten im Mathematikunterricht

Robert Knollmüller

# Was erwartet Sie?

- LERNEN
- (HOCH)BEGABUNG
- MATHEMATIK

# Markus Hengstschläger:

- Was heute gut ankommt, kann morgen anders sein (und umgekehrt).
- Individualität ist die einzige Chance, sich auf morgen vorzubereiten.

*Im Schulwesen gibt es die Tendenz, „Heterogenität“ als „Abwesenheit von Gleichartigkeit“ und damit häufig als etwas „Defizientes“, als „Belastung“ zu verstehen. Demgegenüber wird die „Homogenität“ von Lerngruppen üblicherweise positiv konnotiert, als günstige Voraussetzung für Unterricht und nicht als „Abwesenheit oder Fehlen von Vielfalt“ verstanden.*

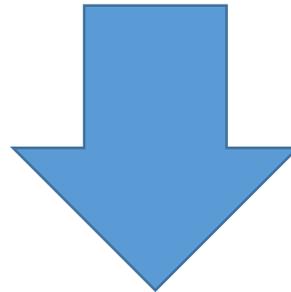
Altrichter u.a.



# LEHRPLAN 2000

Paradigmenwechsel

Lehrformen



Lernformen

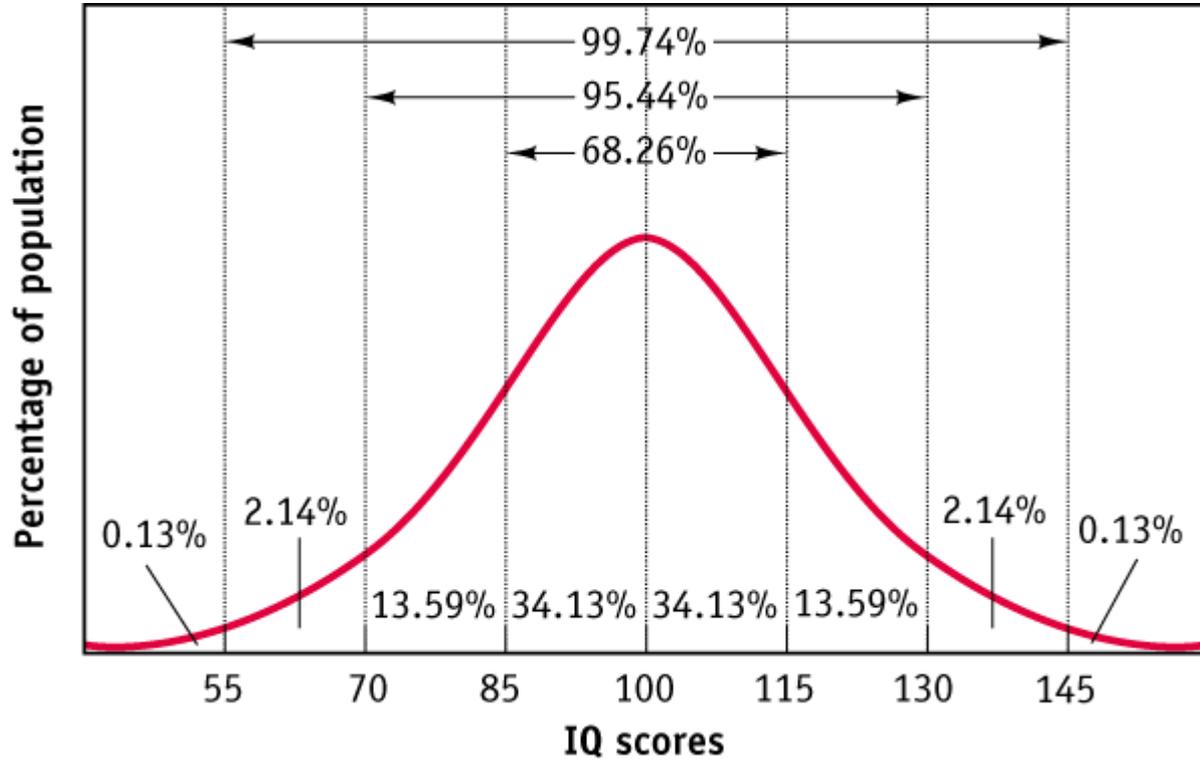
*Prozess der Selbstaneignung im Mittelpunkt!*

**Seydel** (in „Sechs Gelingensbedingungen erfolgreicher Schulen“):

**FAUSTREGEL für die zeitliche Verteilung der Arbeitsformen:**

- **30% frontal,**
- **10% im Kreis,**
- **30% in der Kleingruppe (2-6 SuS),**
- **30% allein!**

# Was ist HOCHBEGABUNG?



**Detlef Rost:**

HOCHBEGABUNG mit dem  
IQ-Wert 130 und mehr!

# Pro IQ

- Instrument, um früh Talente festzustellen (ab dem Vorschulalter)
- Standardisierte Testverfahren

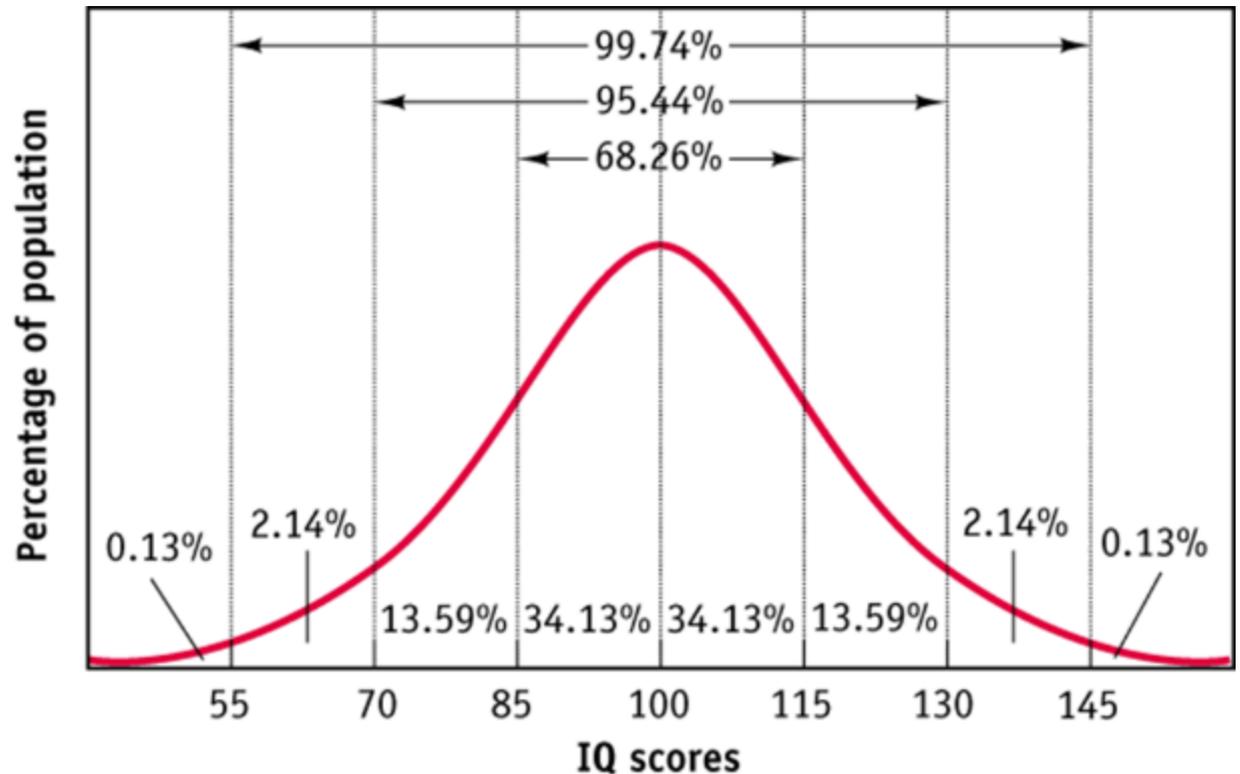
# Kritik am IQ

- IQ spiegelt immer nur eine relative Position wider
- Große Schwankungsbreite zwischen 6 und 18 Jahren:
  - Ziegler: *Die Zusammenhänge fallen nur niedrig bis moderat aus!*
  - 58% der Kinder: Mindestens 15 IQ-Punkte
  - 33% der Kinder: Mehr als 20 IQ-Punkte
- **Kann kaum LEISTUNGSEXZELLENZ prognostizieren**

# Wie viele Hochbegabte gibt es?

Sternberg/Davidson 2005: Conceptions of giftedness

- Terman: 1%
- Robinson: 1-3%
- Rost: 2,27%
- Stanley: 3%
- Mayer: 5%
- Freeman: 5-10%
- Gagné: 10%
- Gordon: 15%
- Renzulli: 20%



Willkürliche Grenzen

**Bei Renzulli liegt die Anzahl der Personen um 2000% höher als bei Terman!**

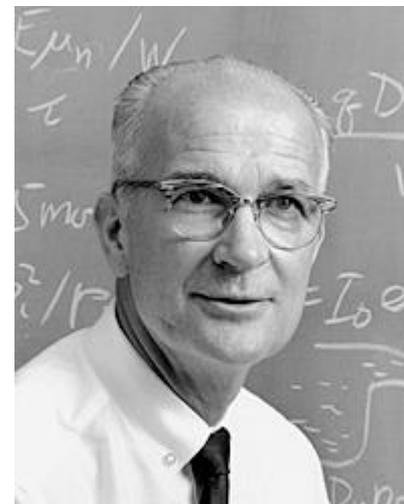
# Die Terman-Studie

- Langzeituntersuchung, Start 1921/22
- 1528 SuS, IQ >134
- Gesünder, überdurchschnittlich groß, bessere Führungsqualitäten
- Grund: Bessere Ernährung, bessere sportliche Förderung, bessere Beschulung
- Keine relevante IQ-Differenz zwischen den 150 erfolgreichsten und 150 nicht erfolgreichsten Probanden
- Nobelpreisträger wurden übersehen

# William B. Shockley

Nobelpreisträger für Physik

Mutter: IQ 160

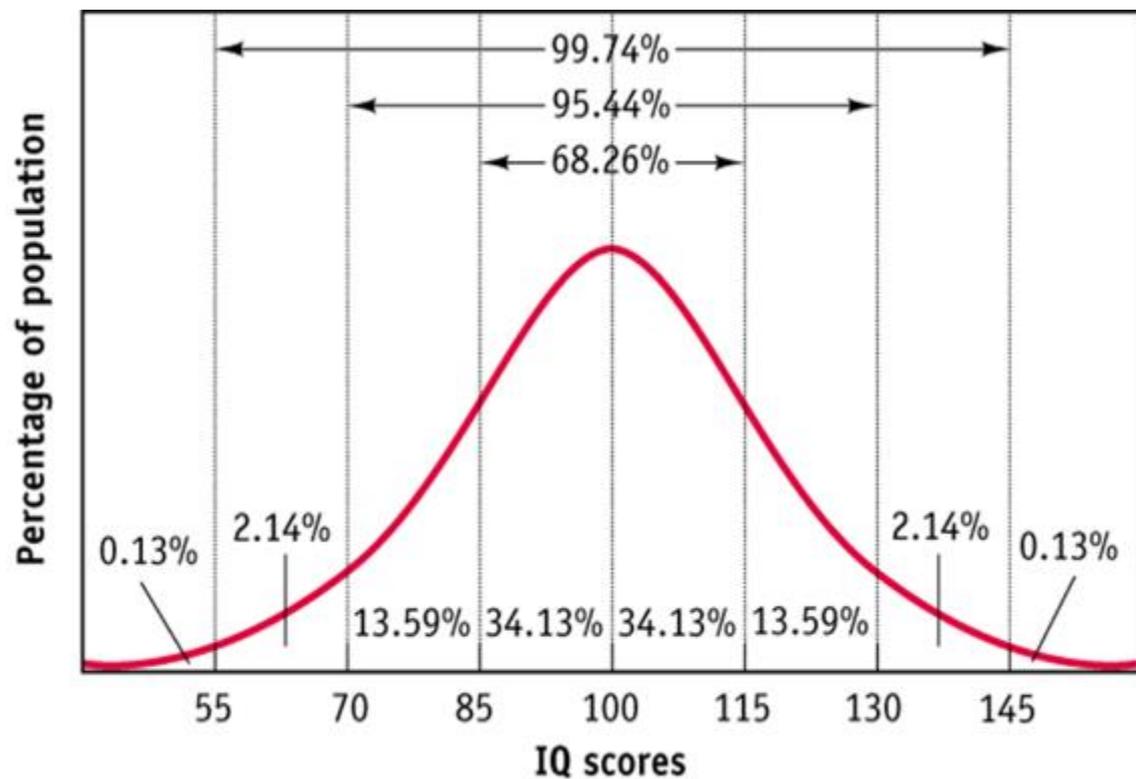


William:

Test 1 (Terman): 129

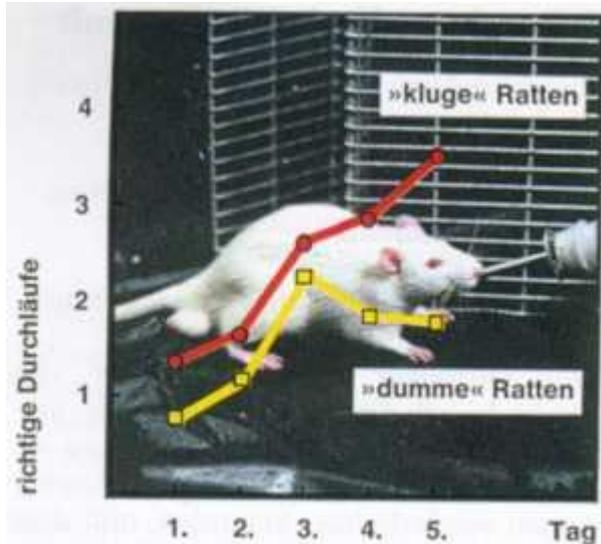
Test 2 (Terman): 125

Test 3 (Jensen): 90. Perzentil!



# Rosenthal-Effekt

## • Ratten



## • Schülerinnen/Schüler

- Bei 45%: Steigerung um 20 IQ-Punkte.
- Bei 20%: Steigerung um mindestens 30 Punkte!
- **IQ - Steigerer hatten ein attraktives Äußeres!**

# HOWARD GARDNER

- Eltern Ralph und Hilde flohen 1938 vor den Nazis aus Nürnberg
- Kurz vor Howards Geburtstag starb Bruder Eric bei einem Schlittenunfall
- Geboren 1943
- Studierte ursprünglich Jus
- Professor für Erziehungswissenschaften, Psychologie und Neurologie in Harvard
- „Abschied vom IQ“ (1983): Prinzip der eindimensionalen Intelligenz greift viel zu kurz!

# Theorie der multiplen Intelligenzen

- Sprachlich-linguistische I.
  - **Logisch-mathematische I.**
  - Musikalisch-rhythmische I.
  - Bildlich-räumliche I.
  - Körperlich-kinästhetische I.
  - Interpersonale I.
  - Intrapersonelle I.
  - ❖ *Naturalistische I.*
  - ❖ *Existenzielle I.?*
- Sensibilität für die gesprochene und die geschriebene Sprache
  - Fähigkeit, Probleme logisch zu analysieren, mathematische Operationen durchzuführen und wissenschaftliche Fragen zu untersuchen
  - Begabung zum Musizieren, zum Komponieren und Sinn für die musikalischen Prinzipien
  - Sinn für die Strukturen großer Räume und Erfassen enger, begrenzter Raumfelder
  - Potenzial, den Körper und einzelne Körperteile zur Problemlösung oder zur Gestaltung von Produkten einzusetzen
  - „Soziale Intelligenz“
  - Antizipieren eigener Verhaltensweisen
  - ❖ *Sensibilität für Naturphänomene*
  - ❖ *Grundlegende Fragen*

# Warum diese Personen?

Zeitgenossenschaft in der „Epoche der Moderne“:  
Aufbruch auf allen Ebenen!

- **Sigmund Freud** (1856-1939): Wien, Geisteswissenschaft
- **Albert Einstein** (1879-1955): Zürich, Berlin, USA, Naturwissenschaft
- **Pablo Picasso** (1881-1973): Paris (ab 1901), bildende Kunst
- **Igor Strawinsky** (1882-1971): Russland, Schweiz, Musik
- **T. S. Elliot** (1888-1965): St. Louis, Europa; Literatur
- **Martha Graham** (1894-1991): USA, Tanz
- **Mahatma Gandhi** (1869-1984): England, Südafrika, Indien, „Politik“

# Gemeinsamkeiten kreativer Menschen

- **Verbinden Kindlichkeit** (den kindlich kreativen Geist) und **Reife** (die Weisheit, das Wissen und das erwachsene Reflektieren).
- Widmen sich **mindestens zehn Jahre** lang intensiv ihrem Handwerk, bis sie es gut genug für einen kreativen Durchbruch auf diesem Gebiet beherrschen.
- Gehen gerne **eigene Wege**, Unabhängigkeit ist wichtig.
- **Gehen in ihrer Domäne auf**; Materielles hat keine Priorität.
- Stehen **außerhalb der Konventionen** und teilweise auch außerhalb der Gesellschaft; nehmen diese Distanz bewusst in Kauf, um unabhängig genug für Neues zu sein.

# Gemeinsamkeiten kreativer Menschen

- Spüren gewisse Unrast, nehmen gerne Neues in Angriff, um sich in unbekannte Höhen zu wagen; setzen sich dabei dem **Risiko** schmerzhafter Abstürze aus; nehmen diese “Randerfahrung” bewusst auf sich.
- Haben wichtige Menschen für “**emotional-intellektuellen Beistand**” in ihrem engsten Umfeld, schätzen Freundschaften und menschliche Nähe; andere Menschen sind eine “Brücke zum kreativen Erfolg”.
- Gehen einen “**faustischen Pakt**” ein: Verzicht auf privates Glück, um kreative Höchstleistungen zu erbringen.
- Haben Bedürfnis nach **Nähe und Distanz**.

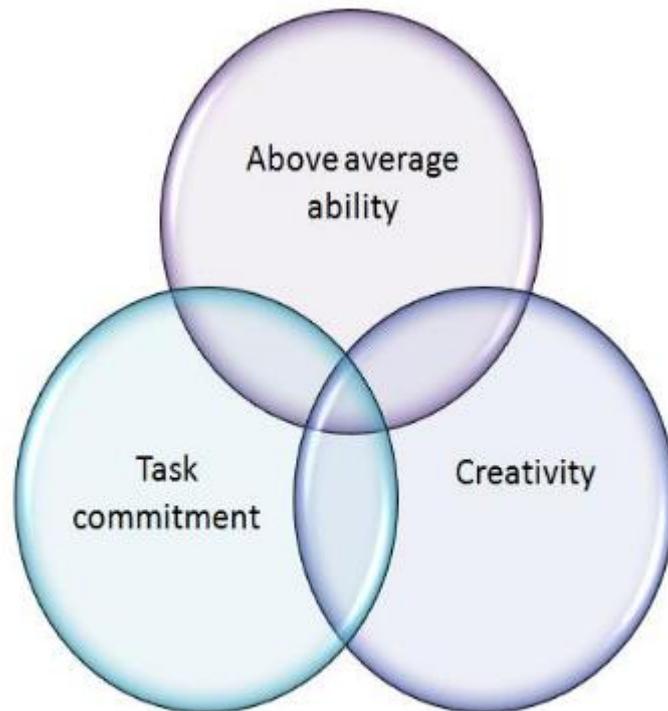
# Kurt Gödel

„Gödelsche  
Unvollständigkeitssätze“:

Nur von einem Standpunkt, der  
außerhalb eines Systems liegt,  
kann man feststellen, ob ein  
System widerspruchsfrei ist.



# Joseph Renzulli: Three Ring Model

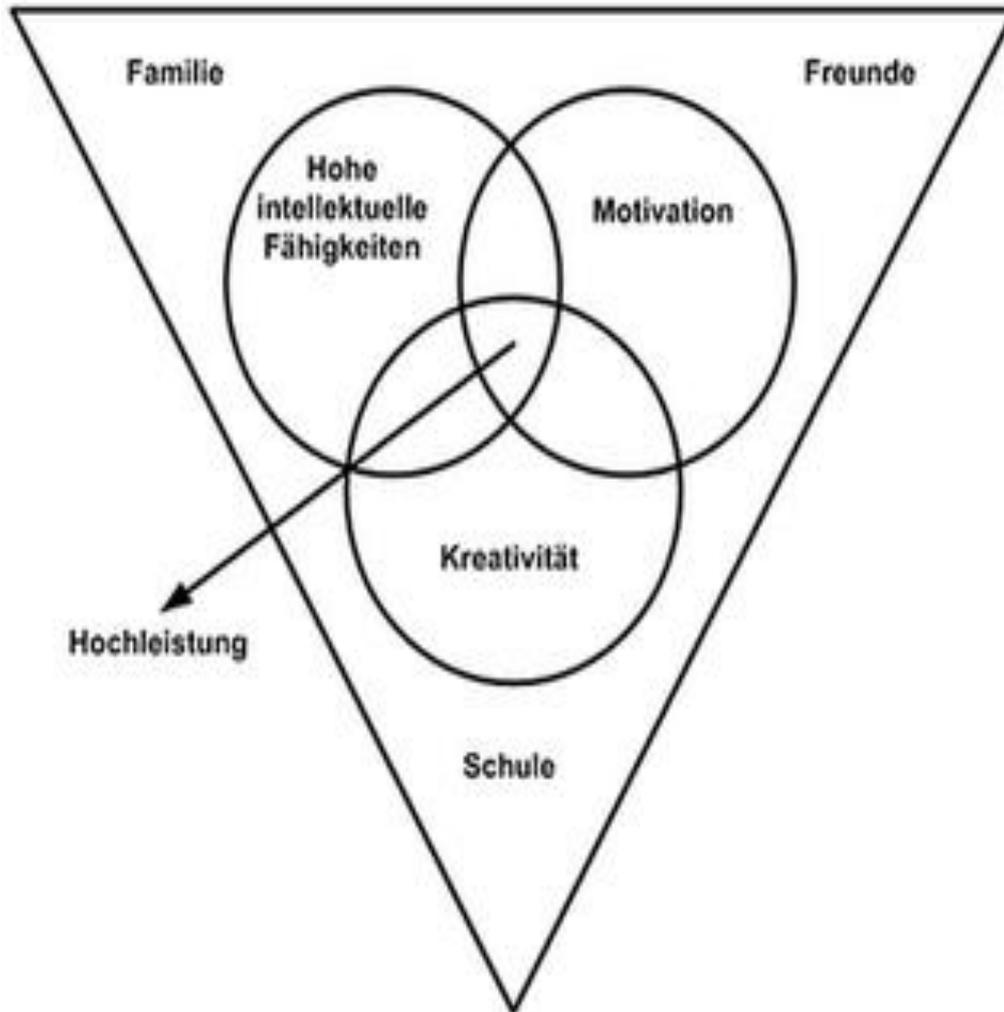


„**Giftedness**“ (Begabung) als Schnittmenge von

- **Creativity** (Kreativität)
- **Task commitment** (Aufgabenengagement)
- **Above average ability** (überdurchschnittliche Fähigkeiten)

•

# Franz Mönks: Triadisches Hochbegabungsmodell



Erweiterung des Renzulli-Modells

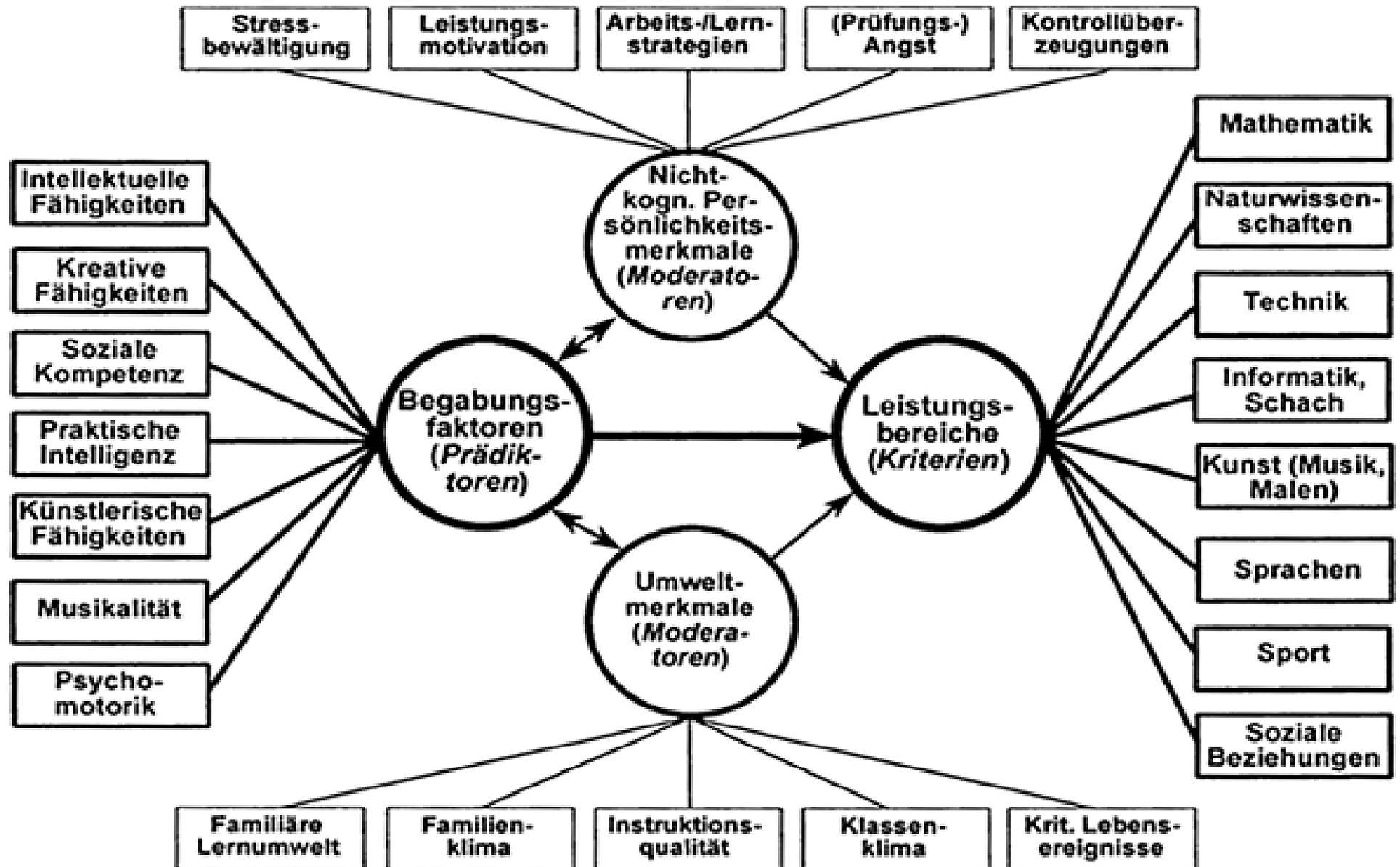
„**Motivation**“ statt „Task  
commitment“

Neu:

UMWELTEINFLÜSSE!

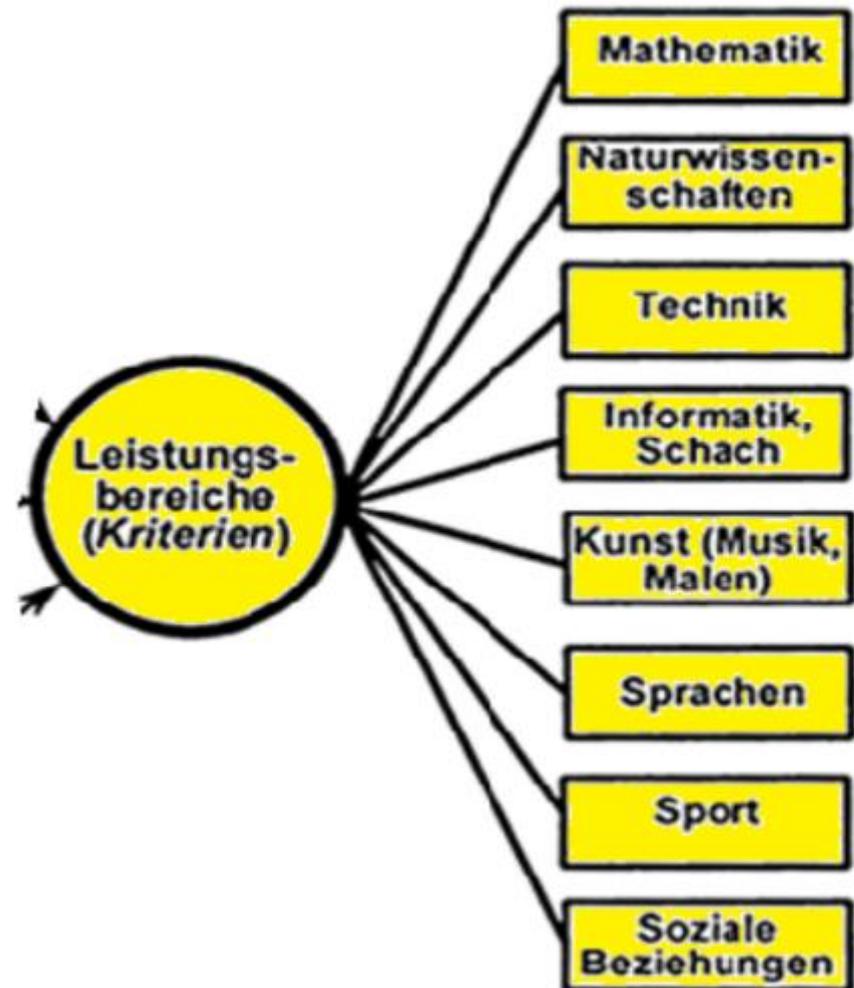
.

# Kurt Heller/Christoph Perleth: Münchener Hochbegabungsmodell



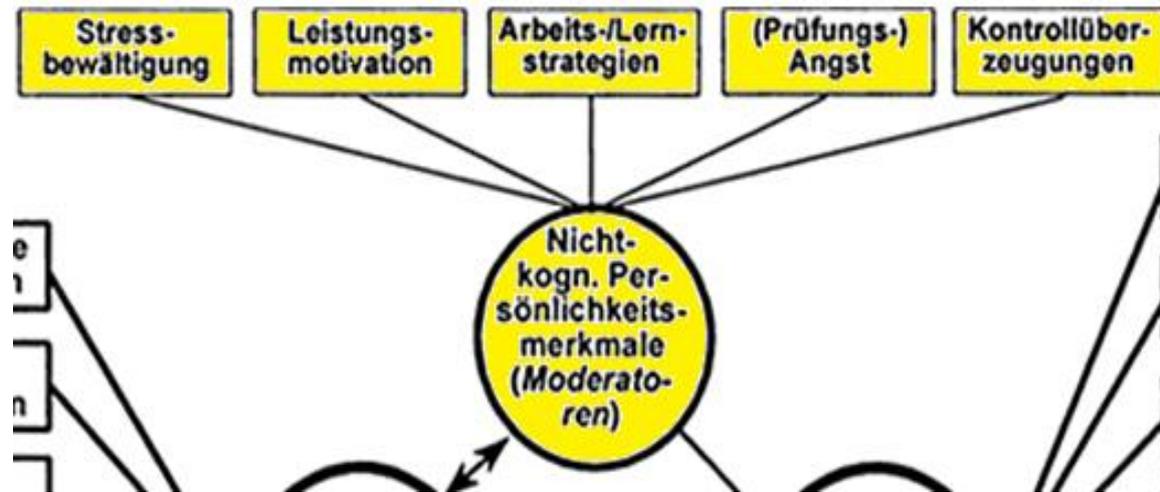
# Münchener Hochbegabungsmodell

- Eines der weltweit führenden Modelle
- Keine Beschränkung auf akademische Bereiche, sondern mehrere Leistungsgebiete:



# Münchener Hochbegabungsmodell

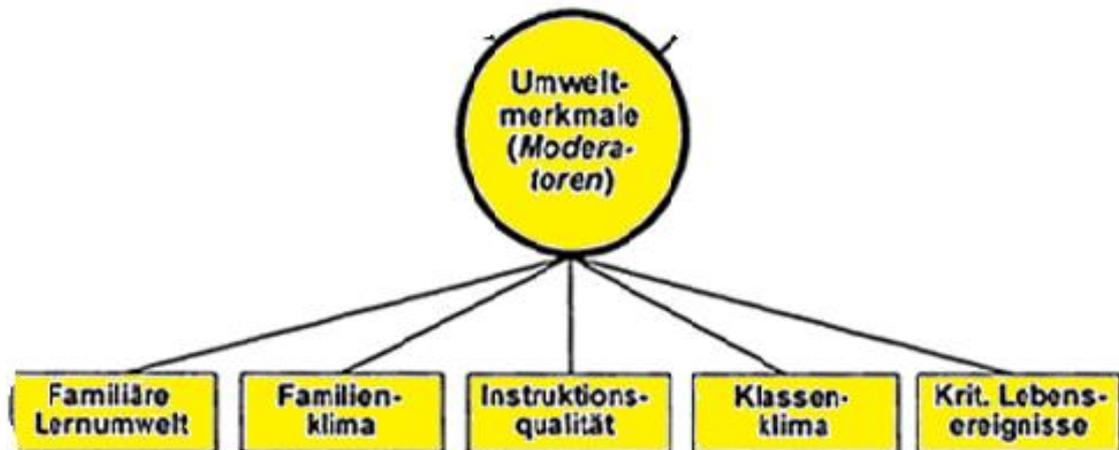
- Internale Moderatoren:



+

- Externale Moderatoren:

**Grundlage dafür, dass aus Begabungen Leistungen werden!**



# Münchener Hochbegabungsmodell

Differenzierte  
Begabungsfaktoren:

Werden noch immer mit IQ-Tests  
erfasst!

Manche Variable sind  
theoretisch nicht eindeutig!



# Münchener Hochbegabungsmodell

Wechselwirkungen zwischen den Begabungsfaktoren und –moderatoren.

Albert Ziegler:

*Aber wie?*

*Bidirektional?*

*Alles mit allem?*

*Nach welchen Regeln?*



# Begabungsbegriff in der Wissenschaft

Ernst Hany: Mehr als 100 Definitionen (1987).....

- **Psychometrische Definitionen:** Außergewöhnliches Abschneiden in einem psychologischen Test.
- **Performanzdefiniton:** Hochbegabung zeigt sich in den erbrachten Leistungen.
- **Etikettierungsdefinition:** Hochbegabung sind soziale Zuschreibungen, erbracht von einer Mehrheit, Fachexperten etc.
- **Spezifische Talentedefiniton:** Eine spezifische Stärke reicht aus.

# Begriffserklärungen

5 wesentliche Eigenschaften, die eine **Leistung** aufzuweisen hat, bevor sie als hochbegabt bezeichnet werden kann:

(Sternberg, 1993)

1. Muss im Vergleich der Peers des gleichen Alters bzw. des gleichen Grades an Lebenserfahrung herausragend sein.
2. Muss einen hohen Grad an Seltenheit innerhalb dieser Peers aufweisen.
3. Muss anhand eines verlässlichen und aussagekräftigen Messinstruments nachweisbar sein.
4. Muss produktiv sein bzw. zumindest das Potenzial dazu in sich tragen.
5. Muss sozial wertvoll sein.

# Delphische Definition

Beruhet auf Expertenurteilen über den wahrscheinlichen weiteren Lern- und Leistungsverlauf einer Person.

## **TALENT:**

Eine Person, die *möglicherweise* einmal Leistungsexzellenz erreichen wird.

## **HOCHBEGABTER:**

Eine Person, die *wahrscheinlich* einmal Leistungsexzellenz erreichen wird.

## **EXPERTE (leistungsexzellente/leistungseminente Person):**

Eine Person, die schon *sicher* Leistungsexzellenz erreicht hat.

Untersuchung von Werken und Lernprozessen  
berühmter Personen (z.B. Hayes, 1981)

# Was haben diese Personen gemeinsam?

- Herausragende Erfolge in ihrer Talentedomäne
- Allerdings erst nach 10 Jahren
- Tägliches Üben der eigenen Schwachstellen
- Besessenheit mit effizienter Nutzung gegebener Übungszeiten

# Bedeutung für die Begabungsförderung

- Höchstleistungen sind ohne intensive Lernprozesse nicht möglich
- In nahezu jeder Talentedomäne werden ca. 10 Jahre (ca. 10 000 Stunden) benötigt, um Leistungsexzellenz zu erreichen
- Es muss sich dabei um „Deliberate Practice“ handeln

Heidrun Stöger, 2013



**Designed to Improve Performance**



**Feedback Available Continuously**



**Coach's Help**

**Deliberate Practice**



**Mentally Demanding**



**Repeated A Lot**



**NOT Fun**

# Underachiever

Schülerin/Schüler mit hohem  
**Potenzial** und durchschnittlicher  
oder schwacher **Performanz**

## 5 Merkmale Hochbegabter

- **HB lernen schneller**, verarbeiten INFOS mit großer Geschwindigkeit.
- **Tieferes Verständnis** für neu erworbene Begriffe, Regeln, Gesetzmäßigkeiten – spontane Schlussfolgerungen.
- Die durch Lernen erworbenen Systeme von deklarativem und prozeduralem **Wissen** sind intelligent organisiert.
- **Planungs- u. Strategiewissen** zum Lösen von Problemen.
- **Kreative Fähigkeiten**, u.a. beim Nutzen des Gelernten.

# Carl Friedrich Gauss („Princeps Mathematicorum“)

2. Schuljahr:

*„Addiere die Zahlen von 1 – 100!“*

*„5 050!“*

50 Zahlenpaare mit der Summe  
101 (1 + 100, 2 + 99, .... , 50 + 51)

Begabende Lehrer!

Ein kleiner Test....

...für Schülerinnen und Schüler.

# Beispiel: Kompetenz im Speichern mathematischer Sachverhalte

Merke dir die 16 Zahlen (Reihenfolge!). Du hast 1 Minute Zeit!

Begabte Kinder erkannten in der ersten Informationsaufnahme-phase besondere Strukturen der Zahlenanordnung.

1	19	18	2
9	11	12	8
7	13	14	6
3	17	16	4

1	19	18	2
9	11	12	8
7	13	14	6
3	17	16	4

*Manchmal macht es nach ganz langem Überlegen plötzlich BUFF und die Idee ist da.*

Markus, 9 Jahre

(Hoch-) Begabtenförderung durch

ENRICHEMENT (Anreicherung)

# Formen von Enrichement:

A: Besondere Schulen (Bsp.: Sir Karl Popper Schule)

B: Zusätzlicher alternativer Unterricht außerhalb der Schule

- „Plus-Kurse“ (kreative Lernangebote in Kursform mit freiwilliger Teilnahme)
- „Sommerakademien“
- Musikschulen, Sportvereine,....

C: Zusätzlicher Unterricht innerhalb einer Schule

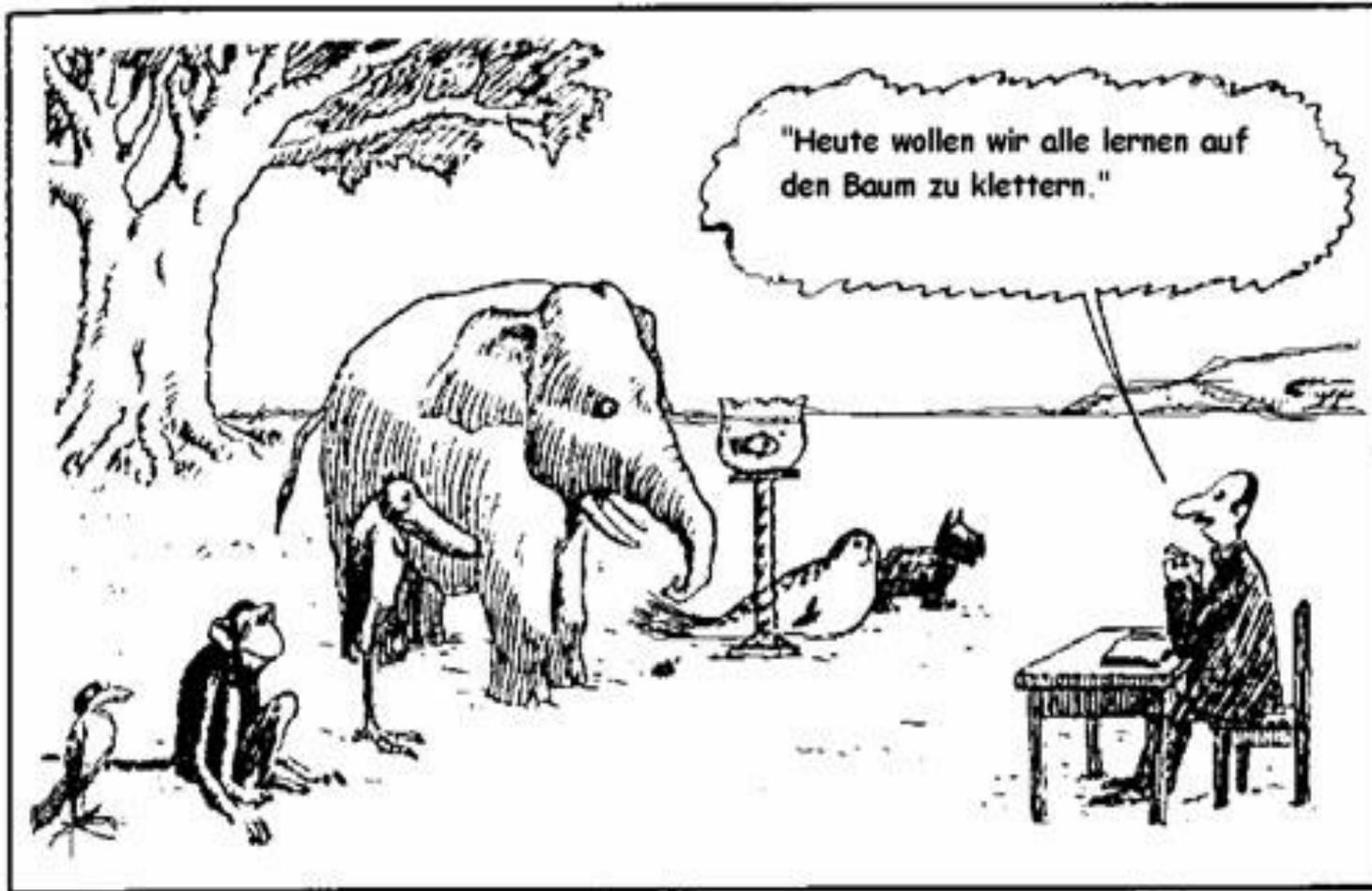
- Ateliers (organisierte klassen- und fächerübergreifende Angebote)
- Lernfelder (Vernetzung von Lerninhalten)
- Projektunterricht
- Wahlpflichtfächer
- Jahresarbeit

oder AKZELERATION (Beschleunigung)

# Formen von Akzeleration

1. Frühe Einschulung
2. Überspringen von Klassen
3. Fachbezogene Akzeleration
4. „D-Zug-Klassen“
5. Individuelle Stundenpläne
6. Curriculum Compacting
7. Mentorenbetreuung
8. Außerschulische Angebote

# Auf JEDEN FALL durch INDIVIDUALISIERUNG und DIFFERENZIERUNG



# Renzulli: Drehtürmodell

- Freiwillige und belohnende Teilnahme
- Die SuS arbeiten an einem Projekt oder nehmen am Unterricht in höheren Klassen teil
- „Patenschaft“ in der Klasse

Was ist „Mathematik“?

# Mathematik

- › Kommt aus dem Griechischen und bedeutet „die Kunst des Lernens“.
- › Es gibt keine allgemein anerkannte Definition.
- › Wissenschaft, die durch logische Definitionen geschaffene abstrakte Strukturen mittels der Logik auf ihre Eigenschaften und Muster untersucht.
- › ***Mathematik ist eine eigene Sprache!***

# „Diagnosen“ zum Mathematikunterricht

*„...läuft darauf hinaus, dem Schüler die Begegnung mit der Mathematik zu verbergen.“* Martin Wagenstein, 1973.

*„Es gibt zu viel Drill im Unterricht, der Schüler wird mit fertiger Mathematik konfrontiert, er lernt nicht, wie Mathematik aus Problemen heraus entsteht und angewendet wird.“* Willibald Dörfler, 1978.

*„Es kann nicht damit gerechnet werden, daß [sic] im derzeitigen Mathematikunterricht systematisch und unabhängig Denkfähigkeiten vermittelt werden, die auch außerhalb und unabhängig von der Mathematik bedeutsam sind und den Absolventen befähigen, die tatsächlich gelernten mathematischen Methoden und Verfahren in neuartigen (besonders außermathematischen) Situationen anzuwenden.“* Willibald Dörfler & Roland Fischer, 1981.

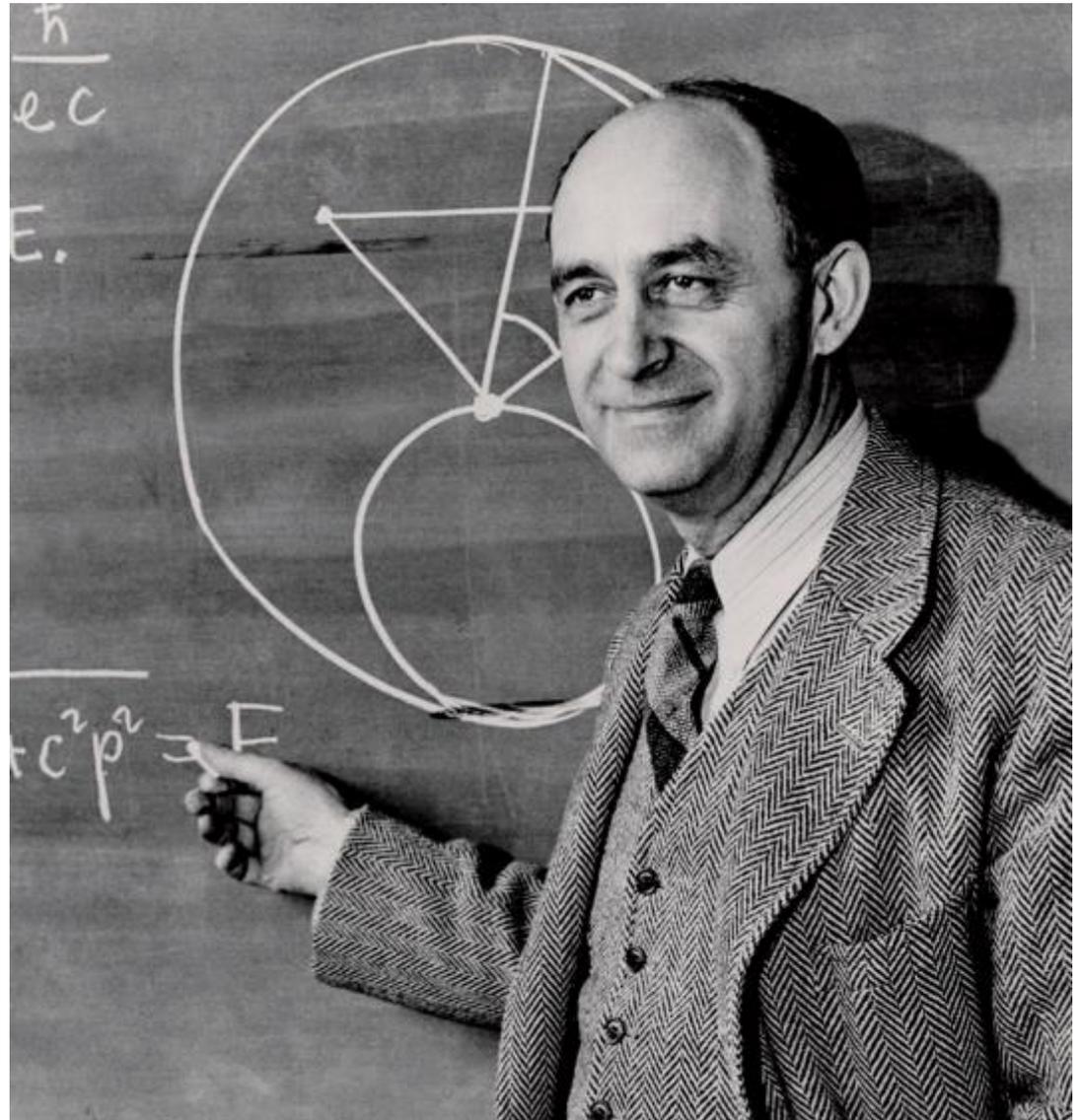
*„Die Schulmathematik hat Schwierigkeiten, ihre Relevanz für die Schüler überzeugend nachzuweisen.“* Christoph Keitel, 1985.

# „Wer wird Millionär?“ vom 27. 1. 2011

- Hat GZSZ oder die Tageschau kürzlich die 20 000. Sendung absolviert?
- Hilfe:
- Tagesschau: Täglich
- GZSZ: 5 Tage/Woche
- $20\ 000 : 365 = 54,79\dots$
- $20\ 000 : (5 \cdot 50) = 80$

Enrico Fermi

*„Kunst bei der  
Anwendung der  
Mathematik besteht  
nicht darin, alles  
fehlerfrei zu berechnen,  
sondern vielmehr darin,  
die unvermeidlichen  
Fehler nicht allzu groß  
werden zu lassen.“*



# Wie viele Klavierstimmer gibt es in Chicago?

- Chicago hat ca. 4 Millionen Einwohner
- Ein Durchschnittshaushalt besteht aus 4 Personen
- Jeder 5. Haushalt besitzt ein Klavier
- Jeder Klavier wird alle vier Jahre gestimmt
- Ein Klavierstimmer schafft vier Klaviere/Tag

1 Million : 5

200 000 Klaviere

50 000 Klaviere/Jahr

Bei 250 Arbeitstagen:

1 000 Klaviere/Jahr

50 000 : 1 000 = ?

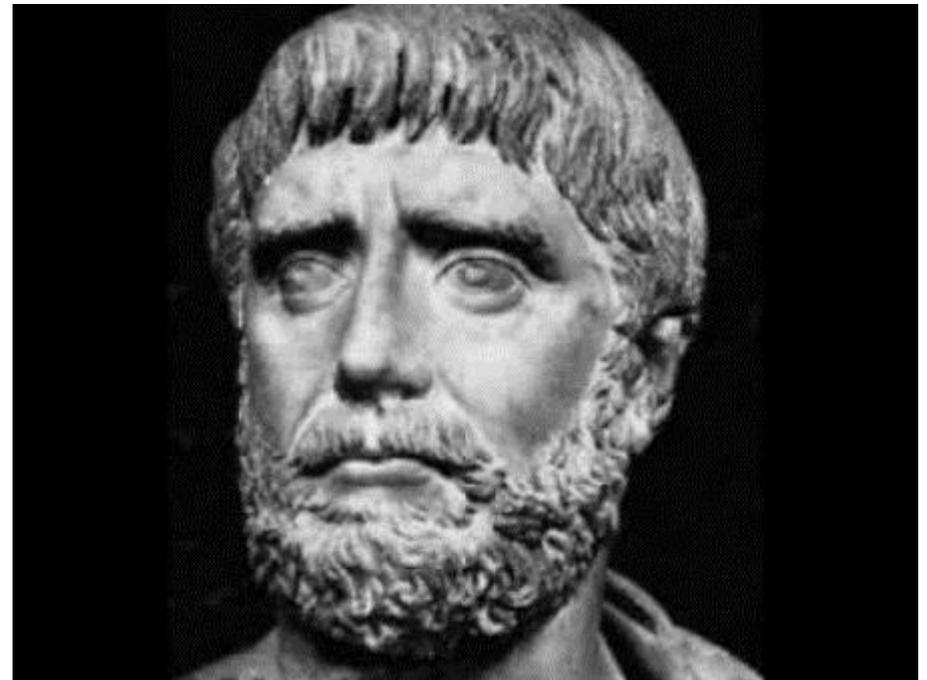
**Es gibt ca. 50 Klavierstimmer in Chicago**

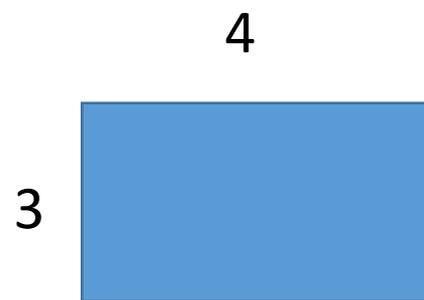
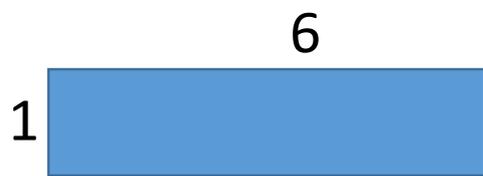
# Thales von Milet

Sonnenfinsternis vom 28. Mai 585  
v. Chr. vorhergesagt

Lehrer des Pythagoras

*„Wenn man Zahlen versteht, dann  
versteht man die Welt, denn alles  
in ihr scheint auf Zahlen und deren  
Beziehungen zueinander zu  
beruhen.“*





*„Kompetenz in Mathematik zeigt sich in mathematischem Handeln.“*

Kernidee des Mathematik-  
Unterrichts:

**MATHEMATISCHE  
HANDLUNGSFÄHIGKEIT**

„Authentische Aufgaben“



Werner Peschek

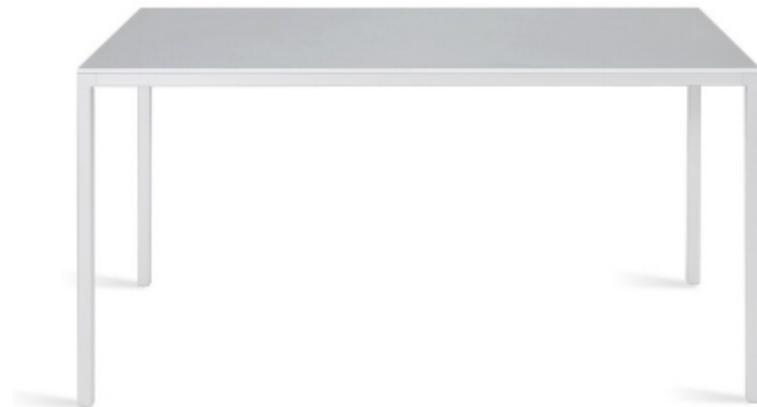
Gegeben:

Rechteck. Länge: 140 cm, Breite:  
80 cm.

Gesucht:

Flächeninhalt!

Wie groß muss ein Tischtuch  
mindestens sein?



Länge: 140 cm

Breite: 80 cm

Rechne:

a)  $28 \cdot 79 =$

b)  $1\,286 + 986 =$

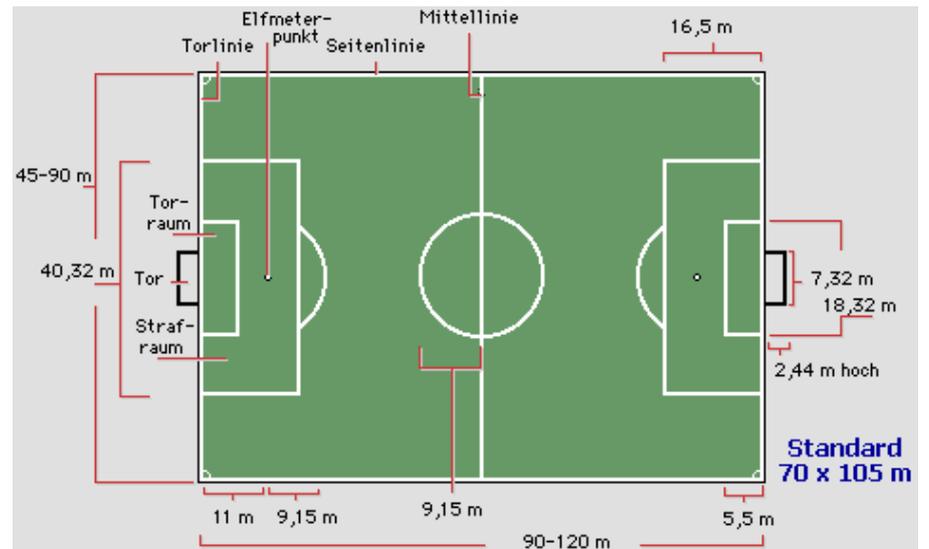
c)  $3\,587 - 1\,315 =$

d)  $31\,808 : 14 =$

Finde Rechnungen, die die  
Zahl

**2 272**

als Ergebnis haben!



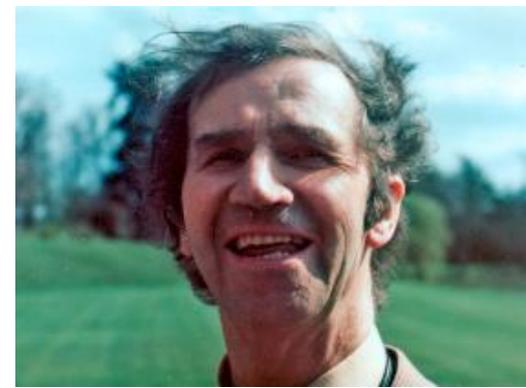
# Heinrich Winter



Zur Thema FORDERN und FÖRDERN leistungsstarker Kinder:

*„Die Hauptaufgaben des Lehrers sind dabei, herausfordernde Situationen anzubieten, ergiebige Arbeitsmittel bereitzustellen, kreative Übungsformen vorzuschlagen und vor allem, eine Kommunikation aufzubauen, die dem Lernen aller Kinder förderlich ist: herausfordernd, aufmerksam machen, ermuntern, ermutigen, hinlenken, zu bedenken geben, insistieren, zum Probieren, Fragen, Erkunden, Produzieren anregen.“*

# Richard SKEMP: 2 Bedeutungen von „Verständnis“

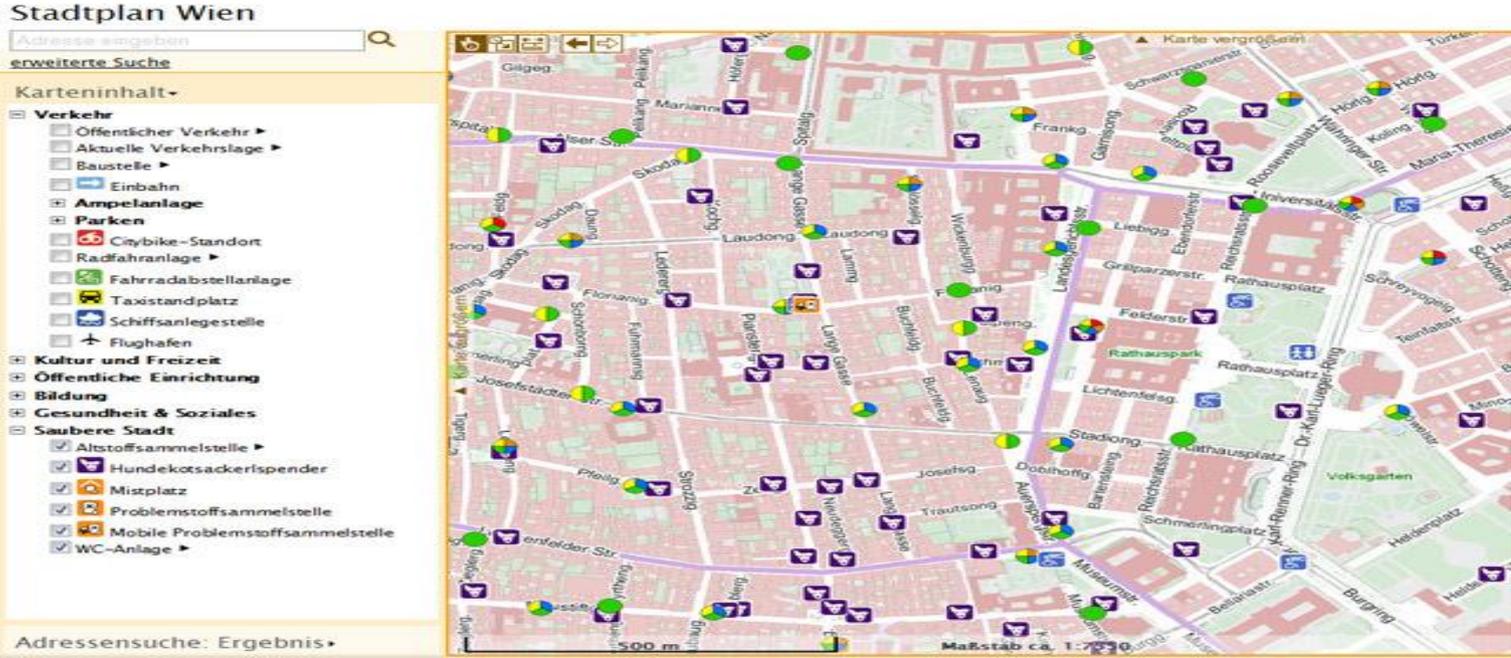


- Wissen, was man tut
- Wissen, warum man es tut.

Relationales Verständnis

- Algorithmisches Anwenden von Verfahren und Techniken
- „Regeln ohne Gründe“

Instrumentelles Verständnis



# Lerndesignarbeit

## Lerndesign steht

- Für die Kompetenz einer Lehrperson, den Unterricht (ausgehend von seinem beabsichtigten Ende) inhaltlich zu planen.
- Für den Prozess dieser inhaltlichen Entwicklung.
- Für das Lernprodukt, das dabei herauskommt.

## Das Produkt besteht aus

- Kernideen und Kernfragen
- Lernzielen (**Verstehen-Wissen-Können**) mit Bezug zu den BiSta
- Authentischen Leistungsaufgaben
- Kriterien für die Beurteilung

# Heinrich WINTER:

Der MATHEMATIKUNTERRICHT soll anstreben, die folgenden drei **Grunderfahrungen**, die vielfältig miteinander verknüpft sind, zu ermöglichen:

1. Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen.
2. Mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen.
3. In der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösungsfähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen (heuristische Fähigkeiten), zu erwerben.

www.oezeps.at

- VORANZEIGEN
- HANDREICHUNGEN
- ZUSATZLICHE MEDIEN
- LINKS

- ZITAT DES MONATS
- LINKS
- BLOGS
- ARCHIV

- KONTAKT
- DRUCKEN
- EMERGENCY
- KONTAKT
- ADRESSE
- LOGIN



### Handreichungen



### Handreichungen

Das ÖZEPF betrachtet es als eine seiner Hauptaufgaben, eine Brücke zwischen Wissenschaft und schulischem Praktikum zu bauen. In diesem Zusammenhang sind fünf Handreichungen erschienen, die die Erkenntnisse der Wissenschaft mit den Erfahrungen der Praxis verbinden.

Folgende Themen wurden in den Handreichungen bearbeitet:

- Personliche Bestätigung und soziales Lernen im Unterricht (Univ.-Prof. Dr. Franz Hofmann)
- Über die Lehrwirksamkeit förderlicher Leistungsbewertung (Dr. Thomas Stein)
- Gewaltprävention an Schulen, systemischer Blick auf geeignete Maßnahmen (Ulrich Köster, Dr. Ingrid Krollmeier)
- Unterricht, der die Intelligenz jedes Schülers/jeztes Schülers wahr und anerkennt und individualisiert lernen fördert und bestärkt (Mag. Ingrid Salner-Gröblich)
- Verhaltenskultur, deren Ziel Gewaltprävention ist (Mag. Christiane Leitner)

Bearbeitet von:

### Handreichungen

Franz Hofmann  
Personliche Bestätigung und soziales Lernen im Unterricht

Doris Kasala, Dagmar Grotzinger  
Gewaltprävention an Schulen, systemischer Blick auf geeignete Maßnahmen

Thomas Stein  
Förderliche Leistungsbewertung

Ingrid Krollmeier, Ulrich Köster  
Quartett: Individualisiertes Lernen – Gewaltprävention

Christiane Leitner  
Verhaltenskultur an Schulen

www.oezbf.at



Das ÖZEPF

Forschung und Entwicklung

Angebote

Fragen und Antworten

Das ÖZEPF

Leitbild

Team

Wissenschaftlicher Beirat

Kooperationen und Netzwerke

Suche

Das ÖZEPF

Das Österreichische Zentrum für Begabtenförderung und Begabungsforschung (ÖZEPF) ist die bundesweite Institution zur Entwicklung der Begabungs- und Exzellenzförderung in Österreich und unterstützt Personen, Institutionen und Initiativen, die Begabungen fördern. Es wurde 1999 gegründet und wird von BVB und ÖMWFA finanziert.

Das ÖZEPF vertritt einen ganzheitlichen und systemischen Ansatz der Begabungs- und Exzellenzförderung, der alle Bildungsebenen – Kindergarten, Schule, Hochschule genauso wie Elternhaus, Wirtschaft und Gemeinde – einschließt. Nur so kann kontinuierliche Begabungsentwicklung gewährleistet werden.

DANK

FÜR IHRE

AUFMERSAMKEIT