

# Aus dem Chaos durch Falten zu Ordnung und zu Struktur

Unterlagen zum Workshop

Thomas Müller, Krems (v2018/19)

## Was ist Chaos? Was ist Mathematik?

**Chaos** (griech. χάος *cháos*) ist ein Zustand vollständiger Unordnung oder Verwirrung. [wikipedia]

Vorbemerkung: der mathematische Begriff „Chaos“ bedeutet den Zustand eines Systems, nämlich seine Unvorhersagbarkeit in seiner Entwicklung: Wetter, Börsenkurs, aufsteigender Zigarettenrauch, ... „Chaostheorie“

Diese Systeme haben die höchste Empfindlichkeit gegenüber Ausgangsbedingungen und sind deshalb unvorhersagbar (mit heutigen Mitteln). Das kausale Prinzip eines physikalischen Experimentes („gleiche Ursachen → gleiche Wirkung“) ist nicht anwendbar (scheinbare Nichtreproduzierbarkeit).

Vergleiche: „Aufgabe der Kunst ist es heute, Chaos in die Ordnung zu bringen.“

Theodor W. Adorno (1903 – 1969, Philosoph, Musiktheoretiker, Komponist)

**Mathematik:** Wissenschaft, die nach Ordnung und Struktur sucht, nach Regeln und Mustern  
... schon im alten Ägypten Suche nach Vorhersagbarkeit der Nilschwemme, dem Bereitstellen / Neuvermessen / Verteilen der Landflächen danach

**Wozu Mathematikunterricht?** (nach Roland Fischer und Helmut Heugl)

- ❖ Mathematik als Basis für Entscheidungshandeln
- ❖ Mathematik als Kommunikationsmittel – weltweite Symbolsprache
- ❖ Mathematik als Denktechnologie
- ❖ Mathematik als Beitrag zur Erkenntniserweiterung – CT, GPS, Internet, ...

Mathematik zu begreifen kann den Unterschied zwischen Leben und Tod bedeuten: Dezimalstelle bei Medikamentenverabreichung, Rechenfehler bei Brückenstatik, Abstandsbestimmung zwischen zwei Flugzeugen, Größer-kleiner-Relation bei Brückenbelastung, Mustererkennung im Mikroskop, ....

### Beispiele für Chaos

Aufschütten einer Menge Gummiringe → chaotisch (Lage nicht vorhersagbar) → SPANNEN  
Ausschütten eines Bausteinkübels → chaotisch (Lage der Bausteine nicht vorhersagbar) → BAUEN, LEGEN  
(→ Mikado-Spiel, Ausleeren einer Schachtel von LEGO-Bausteinen)  
Reißen eines Blattes Papier → chaotisch (Rand nicht vorhersagbar) → FALTEN

Wir fertigen ein **chronologisches Klebprotokoll** an: Wir kleben alle Werkstücke (soweit möglich) zeitlich geordnet nacheinander so auf, dass der Faltvorgang nachvollziehbar ist.

## Erstes Falten

Falten eines Blattes → „**Strecke**“, Endpunkte (Dicke = 2)

### Elementare Faltechnikregeln:

Falttechnik: auf ebener Unterlage falten, vom Körper weg

Faltstück nochmals falten → zwei Strecken, Schnittpunkt „**Punkt**“, „**Winkel**“ (Dicke = 4)

Falttechnik: Kante auf selbe Kante falten → rechter Winkel (Dicke = 4)

→ durch Auffalten: voller Winkel

Falttechnik: Kante auf andere (schneidende) Kante falten → Winkelsymmetrale (Dicke 8)

- Aufgabe: Falte ein Dreieck.
- Aufgabe: Falte ein Rechteck.
- Aufgabe: Falte ein Quadrat.

Reflexion:      Handwerklich–praktisches Tun, Genauigkeit und Sauberkeit,  
Falten als Mittel zum Erkenntnisgewinn  
Arbeitsweise: Faltschritte einzelnen präsentieren und dokumentieren

Forschungsfrage: Wie oft kann man eigentlich ein Blatt Papier falten?

→ Info zu DIN A4

vgl. [http://geometrie.muel.at/wp-content/uploads/2017/10/2012\\_Mueller\\_DIN-Formate\\_Arbeitsblatt\\_und\\_Loesungsblatt.pdf](http://geometrie.muel.at/wp-content/uploads/2017/10/2012_Mueller_DIN-Formate_Arbeitsblatt_und_Loesungsblatt.pdf)

### Kritischer Einwurf: Äußere Handlung und geistige Tätigkeit

So gut ein handlungsorientierter Unterricht für die Entwicklung des Kindes sein mag, so wollen wir uns doch immer wieder fragen, ob wirklich alle nur denkbaren konkreten Aufgabenformate oder Unterrichtsmittel (zum Beispiel Tangram, Geobrett usw.) zu konkreten Themenkreisen (zum Beispiel Symmetrie, Parkettierung usw.) eingesetzt werden sollen. **Man muss sich klar werden, ob diese äußeren Handlungen die erwünschten Lernprozesse unterstützen.** Werden die Kinder damit wirklich zu geistiger Tätigkeit veranlasst? Versuchen sie zum Beispiel wirklich eine Systematik zu finden, einen Vergleich in deren Formen, Größen ihrer Flächen zu erkennen? Eichler findet, dass die Kinder nicht selten zu wenig zu solchen auf den Aneignungsgegenstand gerichteten geistigen Tätigkeiten herausgefordert werden. Die Folge ist sei dann nur ein geschäftiges Hantieren der Kinder, denen der Unterricht zwar Spaß macht, die mit Eifer bei der Sache sind aber am Ende der Unterrichtsstunde im Hinblick auf den Aneignungsgegenstand wenig erreicht haben. ...

... nach Eichler, Klaus-Peter [www.mathematikus.de]

## Falten eines Dreiecks

Falten eines dreieckigen Papierstücks

Falttechnik: Endpunkt 1 auf Endpunkt 2 falten (dabei Kante auf dieselbe Kante)

→ Mittelnormale (österr.: „Streckensymmetrale“)

- Aufgabe: Ermittle durch Falten den Umkreismittelpunkt.
- Aufgabe: Ermittle durch Falten den Inkreismittelpunkt. (Welche Faltregel?)

Zusatz: kannst du auch den Höhenschnittpunkt falten? (Welche Faltregel?)

### Offene Aufgabe/Forschungsfrage:

Falte einen Eckpunkt auf beliebige Punkte der gegenüberliegenden Kante. Was bilden alle Faltkanten?

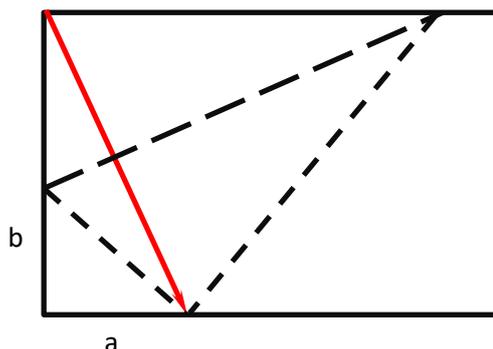
Reflexion: Beobachten und schrittweises Reproduzieren, Kombinieren verschiedener Faltregeln  
Erkennen der Eigenschaften einer Mittelnormale (Alle Punkte sind der „Geraden“ sind von den zwei Ausgangspunkten gleich weit entfernt.) und einer Winkelsymmetralen.  
Arbeitsweise: Nachvollziehen sprachlicher und gleichzeitig optischer Präsentation

„Wer faltet, steckt unversehens inmitten der Geometrie!“ (→ [www.faltgeometrie.ch](http://www.faltgeometrie.ch))

Welche Forschungsaufgaben lassen sich noch finden?

### Querverbindung zur Statistik

Vgl. etwa [Eichler/Vogel 2009, p 138ff]: Faltet man die linke obere Ecke eines Rechtecks auf einen beliebigen Punkt der unteren Rechteckseite, so entsteht an der linken unteren Ecke ein rechtwinkeliges Dreieck mit den Seitenlängen  $a$  und  $b$  und dem Flächeninhalt  $F$ . Führe das Experiment 20 mal durch und trage die Werte für  $a$ ,  $b$  und  $F$  in eine Tabelle ein. Zeichne die Länge  $a$  und den zugehörigen Inhalt  $F$  in ein Koordinatensystem ein. Finde einen Zusammenhang?

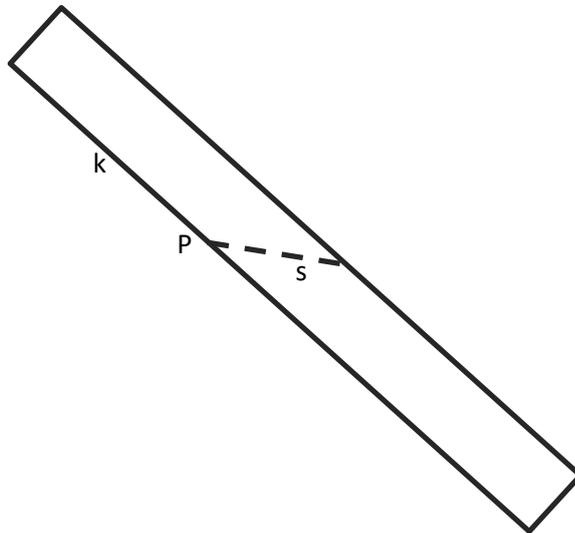


## Falten von Streifen

Falten eines Streifens („schmales“ Rechteck)

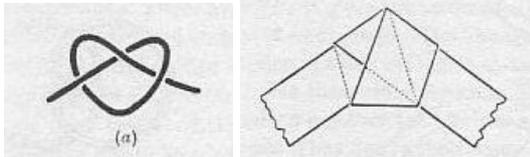
Überlege: Der obere Teil soll am Tisch liegen bleiben, der untere Teil wird längs der strichlierten Strecke  $s$  gefaltet. Skizziere die neue Lage des gefalteten unteren Teiles ein.

Überprüfe deine Vermutung durch reales Falten.



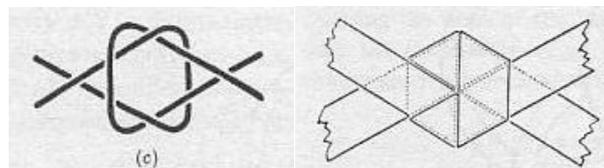
Falte danach den oberen Teil so, dass die Kante  $k$  nach der Faltung an die neue Lage des unteren Teils der Kante  $k$  zu liegen kommt. Welcher Winkel entsteht im Punkt  $P$ ?

„**Knotenfallen**“ eines Streifens (alles Skizzen dieses Teils aus [Cundy/Rollett 1989, p 57])



Knotenfallen zweier Streifen:

Aufgabe 6: Faltet in Partnerarbeit folgenden Knoten



Reflexion: Erkennen von Winkelzusammenhängen, Entstehungsmöglichkeiten regelmäßiger Fünf-, Sechs- und Siebenecke

Arbeitsweise: Nachvollziehen schematischer bildhafter Anleitung, Partnerarbeit

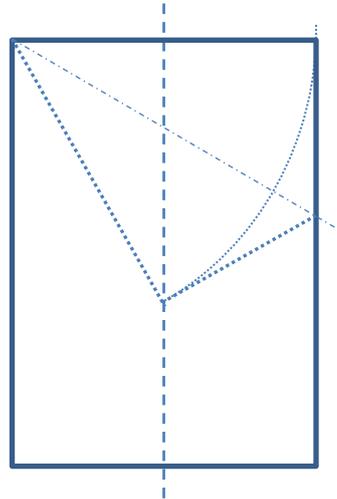
## Falten von Rechtecken

Zum Beispiel ein A4-Blatt ...

Anleitung:

1. Format A4 hoch, lege durch Faltung die Mittellinie parallel zu den langen Seitenkanten fest
2. Falte die rechte obere Ecke auf diese Mittellinie – aber so, dass die Faltlinie durch die linke obere Ecke verläuft.

Halte das Ergebnis in der Skizze fest:



Falttechnik: Ein  $60^\circ$ -Winkel entsteht, wenn der rechte obere Eckpunkt eines Rechtecks auf die lotrechte Symmetrieachse des Blattes gefaltet wird und die Faltlinie durch den linken oberen Eckpunkt geht.

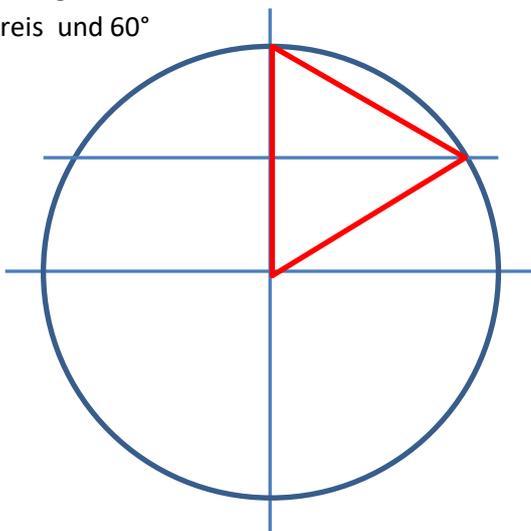
Frage:

Hängt der im linken oberen Eckpunkt entstehende Winkel von den Maßen des rechteckigen Papierformats ab? Begründe!

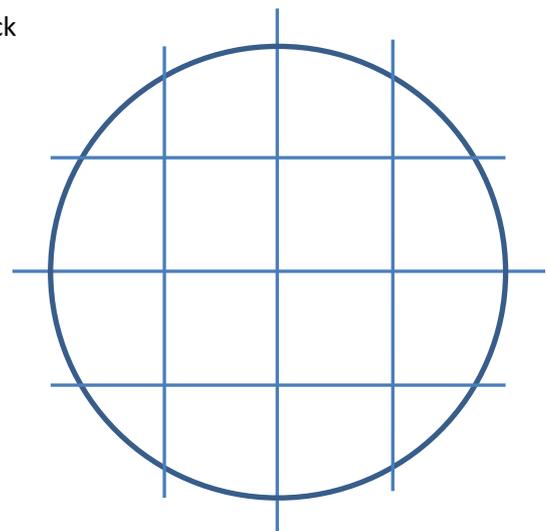
- Aufgabe: Falte ein gleichseitiges Dreieck.
- Aufgabe: Falte ein regelmäßiges Sechseck.

Analogon:

Kreis und  $60^\circ$

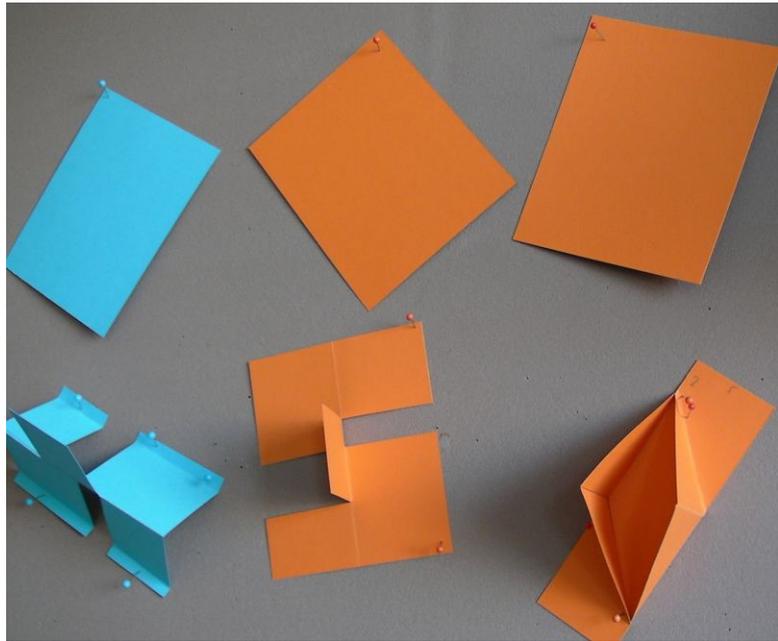


?-Eck



## Falten und Schneiden - Denksport

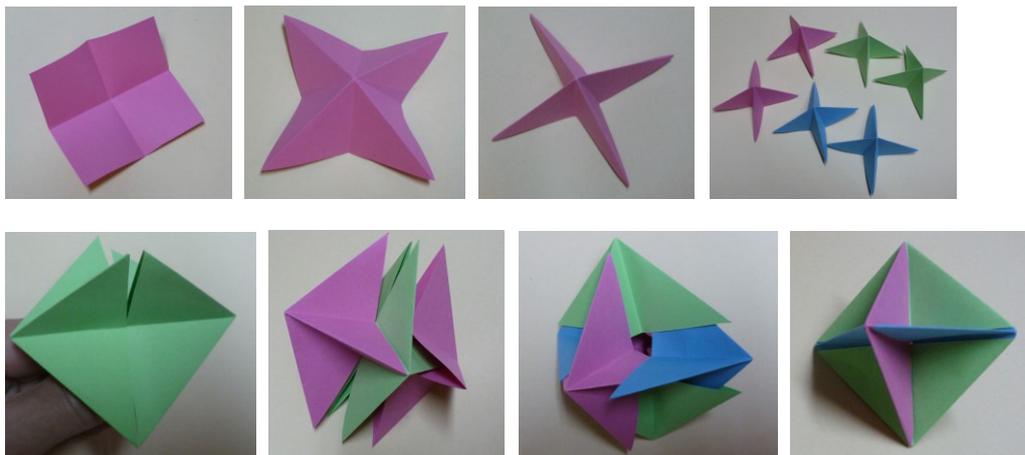
Unmögliches Falten?



## Falten eines Oktaeders

**Skelettoktaeder**, vgl. z.B. Geometrie Wanderworkshop [www.geometry.at/wanderworkshop](http://www.geometry.at/wanderworkshop)

Benötigt werden 6 Quadrate und folgende Falt-und Steckvorgänge



## Streifen für ein Oktaeder ... aus: [WALSER 2018]

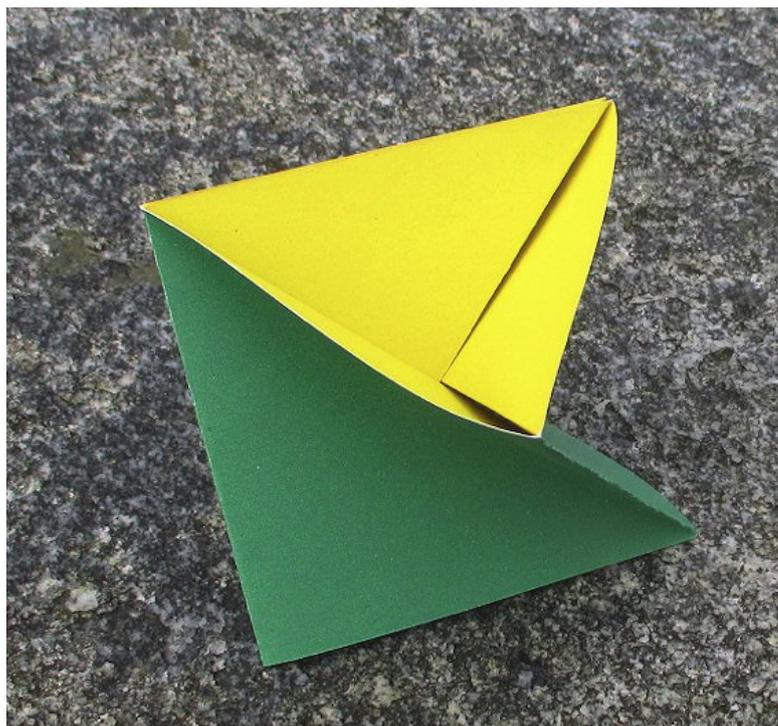
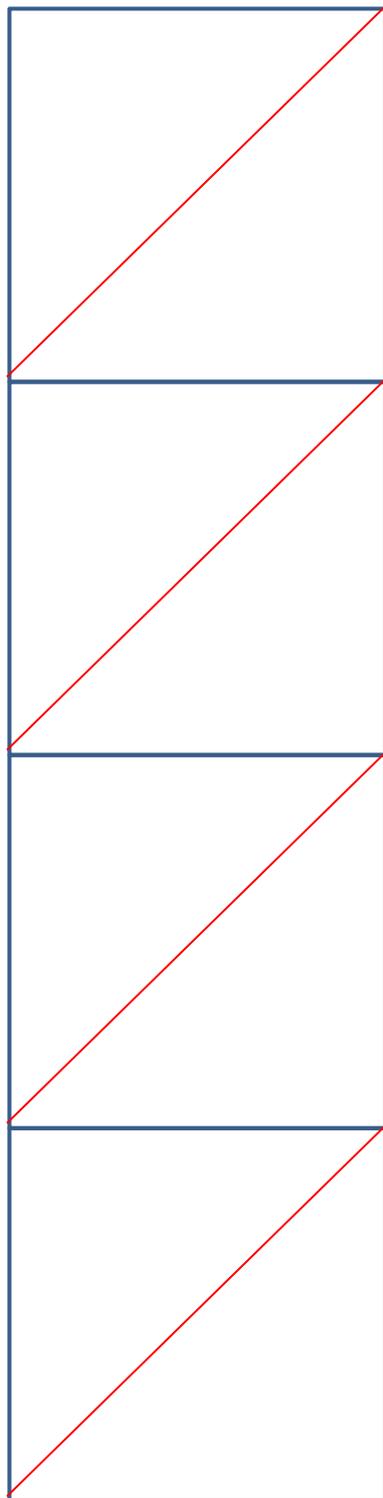


Foto aus WALSER 2018

Kurze blaue Kanten >>> Bergfalten

Rote Diagonalen >> Talfalten

Wir falten wir längs der kurzen (blauen) Faltkanten zum Mantel eines dreiseitigen Prismas zusammen und fixieren allenfalls provisorisch die beiden überlappenden Quadrate mit einer Büroklammer. Die Büroklammern können nach dem Zusammenbau wieder entfernt werden. Dabei ist zu beachten, dass die diagonalen Faltkanten nach innen weisen. Sanfter Druck an den Diagonalkanten nach innen ergibt das Modell

Vgl. dazu auch „Drehschütte“: <http://geometrie.muel.at/wp-content/uploads/2017/10/Drehschuetten-Bauvorlage.pdf>

WALSER, Hans (2018):

<http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/S/Schraegkanten-Modelle/Schraegkanten-Modelle.pdf>

## Literatur, traditionell und digital

ADI [Arbeitsgemeinschaft didaktische Innovation Geometrie, [www.geometry.at/adi](http://www.geometry.at/adi)]:

- **CD-ROM** GZ/DG: Beispiele und Anregungen für Schule und Studium, 2000, kostenlos bei <http://medienkatalog.bmukk.gv.at> [Reg-Nr. 12380]
- **CDROM Raumgeometrie - intuitiv und konstruktiv**, erhältlich bei <http://medienkatalog.bmukk.gv.at>, [Reg-Nr. 12456, Schullizenz 89,00]
- **DEMO-Versionen unter** <http://www.geometry.at/adi/demo.html>

Cundy und Rollett: Mathematical Models, Tarquin Publications 1989 [Cundy/Rollett 1989]

Oberländer, Franz/Eichler, Klaus-Peter: Falten - eine unverzichtbare Tätigkeit im Geometrieunterricht, in [www.mathematikus.de](http://www.mathematikus.de), 2009) [Oberlaender/Eichler 2009] (Primarstufe)

Franke, Marianne: Didaktik der Geometrie in der Grundschule, 2. Aufl. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, 2009 [Franke 2009]

Jenni, Markus/Nyffenegger Toni (Schweiz): Auf [www.faltgeometrie.ch](http://www.faltgeometrie.ch) findet man u.a. eine Reihe von Videoanleitungen

Köller, Jürgen: [www.mathematische-basteleien.de/flechten.htm](http://www.mathematische-basteleien.de/flechten.htm), 2006-2012

Müller, Thomas: <http://geometrie.muel.at/modelle-im-geometrieunterricht/> (2017)

Radatz, Hendrik/Rickmeyer, Knut: Handbuch für den Geometrieunterricht an Grundschulen, Hannover, Schoedel-Verlag, 1991 [Radatz 1991]

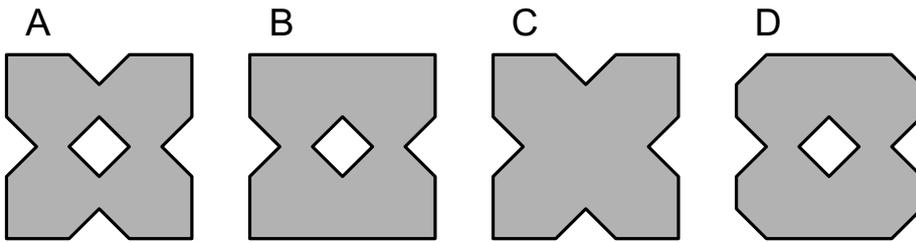
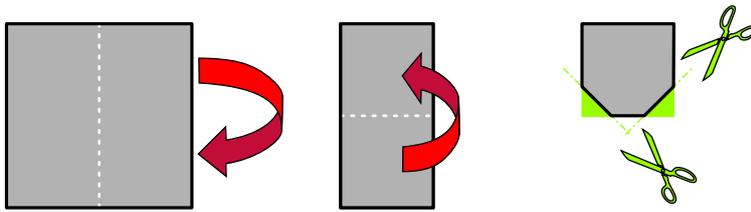
Schmitz, Michael (Jena): [www.mathegami.de](http://www.mathegami.de): Hier gibt es auch weitergehende Artikel, die sich mit dieser Thematik beschäftigen.

WALSER, Hans (2018):

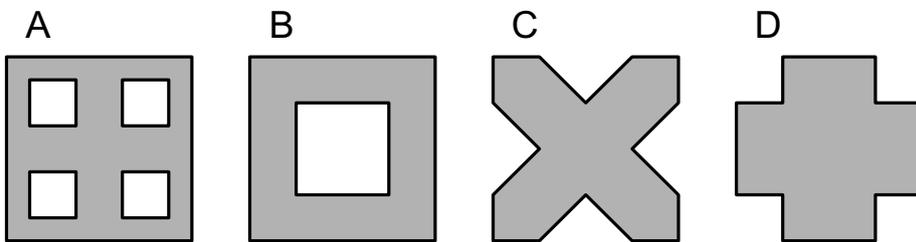
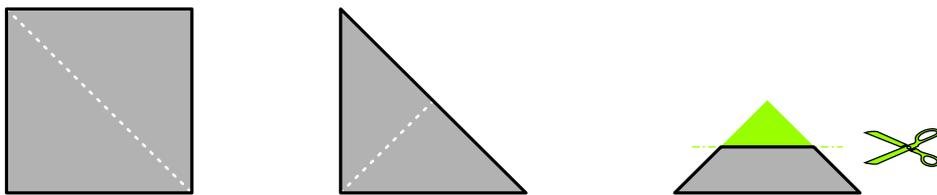
<http://www.walser-h-m.ch/hans/Miniaturen/S/Schraegkanten-Modelle/Schraegkanten-Modelle.pdf>

# Omas Tischdeckenkunst 1

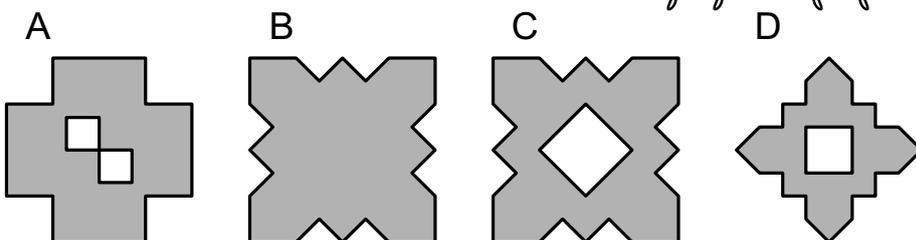
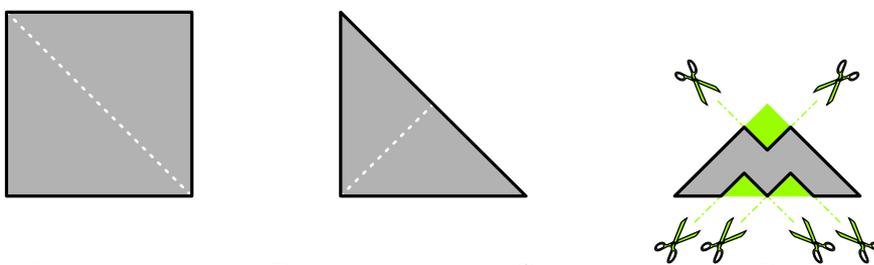
Betrachte die Falt- und Schneidvorgänge. Welches Tischdeckchen erhält Omi jeweils? Kreuze an!



A
B
C
D



A
B
C
D



A
B
C
D

